Soluzione esercizi sui sistemi di separazione

a.

1. Utilizzando le equazioni per il dimensionamento pratico dei cicloni, l'efficienza idi separazione per particelle di diametro D_p è data da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left[-2\left[\frac{KQ\tau}{MN_cD_c^3}\right]^{M/2}\right] \tag{1}$$

dove $N_c = 450 \cdot 2 = 900$ è il numero di cicloni, $M = 1/(m+1)$ dipende dalla forma del campo di moto:

$$m = 1 - (1 - 0.67D_c^{0.14})\left(\frac{T}{283}\right)^{0.3} = 0.54 \tag{2}$$

per cicloni tipo Stairmand K vale 551.3 e τ è il tempo caratteristico della particella $\tau = \rho_p D_p^2/18\mu$. Per particelle da $10\mu m$, $\tau = 3.58 \cdot 10^{-4} s$ e l'efficienza di raccolta risulta 95.13%. Le perdite di carico sono date da:

$$\Delta P = \frac{N_H \rho Q^2}{2K_a^2 K_b^2 N_c^2 D_c^4} \tag{3}$$

con $N_H = 6.4$, $K_a = 0.5$ e $K_b = 0.2$ per ciclone Stairmand. Risulta $\Delta P = 2.13 \cdot 10^3 Pa$.

2. Per realizzare la stessa efficienza di raccolta, il singolo ciclone Stairmand deve avere un diametro che si determina dall'equazione:

$$0.95 = \eta(D_p) = 1 - \exp\left[-2\left[\frac{KQ\tau}{MD_c^3}\right]^{M/2}\right] \tag{4}$$

dove l'unica incognita è D_c. Si trova $D_c = 2.43\ m$ e per le perdite di carico $1.93 \cdot 10^5 Pa$.

3. Il costo annuo totale associato alla batteria di multicicloni è dato da:

$$TAC = k_1 N_c ab + k_2 \frac{P}{\eta} t + k_3 N_c \tag{5}$$

con $k_1 = 7000\$/10$, $k_3 = 72/10$ e $k_2 = 0.08\$/kWh$, $t = 8000\ h$ e $\eta = 0.65$. La potenza teorica del compressore risulta:

- alternativa 1: batterie di cicloni

$$P = \Delta P \cdot Q = 3.5145 \cdot 10^5 W \tag{6}$$

- alternativa 2: ciclone singolo

$$P = \Delta P \cdot Q = 3.184 \cdot 10^7 W \tag{7}$$

da cui è agevole calcolare i costi, che risultano:

- alternativa 1: batterie di cicloni

$$TAC = \tag{8}$$

- alternativa 2: ciclone singolo

$$TAC = \tag{9}$$

Si può osservare che l'alternativa 1 risulta decisamente conveniente in termini economici.

4. Per calcolare il numero ottimo di cicloni, è necessario impostare il problema di ottimizzazione dei costi annui. Il costo annuo dipende dal diametro e dal numero dei cicloni secondo l'equazione:

$$TAC = k_1 k_a k_b N_c D_c^2 + k_3 N_c + k_2 N_{ore} P = \tag{10}$$
$$= k_1 k_a k_b N_c D_c^2 + k_3 N_c + \tag{11}$$
$$+ k_2 N_{ore} Q \frac{N_H}{2} \rho \frac{Q^2}{k_a^2 k_b^2 N_c^2 D_c^4} = \tag{12}$$
$$= AN_c D_c^2 + BN_c + \frac{C}{N_c^2 D_c^4} \tag{13}$$

Il numero di cicloni N_ce il diametro del ciclone D_c non sono tra loro indipendenti perché per raggiungere l'efficienza di raccolta desiderata deve essere:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp(-\phi D_p^M) = \overline{\eta} \tag{14}$$
$$= 1 - \exp\left(-2D_p^M\left[\frac{KQ\rho_p(m+1)}{18\mu N_c D_c^3}\right]^{M/2}\right) \tag{15}$$
$$\overline{\eta} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{E}{N_c D_c^3}\right)^{M/2}\right) \tag{16}$$

che per $\overline{\eta}$ assegnata si traduce in una relazione tra le due variabili N_c e D_c:

$$N_c D_c^3 = \frac{E}{-\ln(1-\overline{\eta})^{M/2}} = F \tag{17}$$

Quindi i costi totali annui possono essere riscritti come:

$$TAC = A\frac{F}{D_c} + B\frac{F}{D_c^3} + C\frac{D_c^2}{F^2} = f(D_c) \tag{18}$$

in cui compare il diametro del ciclone come unica variabile per l'ottimizzazione del costo. Derivando rispetto a D_c, si ottiene:

$$\frac{\partial TAC}{\partial D_c} = 0 = -A\frac{F}{D_c^2} - 3B\frac{F}{D_c^4} + 2C\frac{D_c}{F^2} \tag{19}$$
$$2\frac{C}{F^2}D_c^5 - AFD_c^2 - 3BF = 0 \tag{20}$$

☺2007 marina.campolo@uniud.it

che risolta rispetto a D_c consejnte di ricavare il diametro ottimo. Questo diametro, sostituito nella 17, consente di ricavare il numero ottimo di cicloni.

b.

1. Per verificare se il flusso è turbolento bisogna calcolare il numero di Reynolds del flusso:

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu} \tag{21}$$

dove D_H è il diametro idraulico del condotto, definito come $D_H = 4A/p$ con A sezione di flusso e p perimetro bagnato. Per il canale tra le piastre del precipitatore è $D_H = 4WH/2(W+H) = 2\ m$ e $v = Q/WH = 1\ m/s$. Il numero di Reynolds risulta $Re = 1.5 \cdot 10^5 > 2000$ per cui il flusso è turbolento.

2. L'efficienza di separazione per la camera a gravità in regime turbolento è data da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{A_c u_t}{Q}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{u_t L}{u \Delta H}\right) \tag{22}$$

Per separare con efficienza pari al 90% particelle da 10 μm entro una lunghezza L assegnata, la distanza tra le piastre di raccolta ΔH deve soddisfare l'equazione 22, ovvero:

$$\Delta H = -\frac{L u_t}{u \ln(1-\eta)} = 6.51 u_t = 3.94 \cdot 10^{-2} m \tag{23}$$

per cui è necessario installare $N = H/\Delta H = 50.7$ piani di raccolta. Poiché il numero non è intero, scegliamo l'intero $\geq$ più prossimo: $N = 51$. Per questo numero di piatti, l'efficienza di raccolta è calcolabile come:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{NLWu_t}{Q}\right) = \tag{24}$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{L u_t}{u \Delta H}\right) = 0.95 = 95\% \tag{25}$$

3. L'efficienza di separazione complessiva si calcola considerando l'efficienza di ogni diametro di particelle presente e pesando i risultati in base alla frazione in massa delle particelle presenti:

$$\eta_{tot} = \sum_i f_i(D_p)\eta(D_p) \tag{26}$$

I valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono riportati in Tabella **??**, e l'efficienza di raccolta totale risulta $\eta_{tot} = ...\%$.

D_p	$1\mu m$	$5\mu m$	$10\mu m$	$15\mu m$	$20\mu m$
%	5	10	50	20	15
f_i	0.05	0.10	0.50	0.20	0.15
$\eta(D_p)$			0.95		

c.

1. L'efficienza di separazione per un precipitatore piastra-piastra è dato da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{A_c u_e}{Q}\right) = \tag{27}$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{u_e LH}{uWH}\right) \tag{28}$$

dove W è la distanza tra le piastre, H è l'altezza e L è la lunghezza del precipitatore. L'equazione 27 può essere riscritta per evidenzaire il volume dell'ESP nell'esponenziale:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{u_e LHW}{uW^2 H}\right) = \tag{29}$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{u_e V}{QW}\right) \tag{30}$$

da cui si ricava:

$$W = -\frac{u_e V}{Q \ln(1-\eta)} \tag{31}$$

e tenendo conto che

$$u_e = \frac{q_p E}{3\pi\mu D_p} = \frac{q_p \Delta V}{3\pi\mu D_p W} \tag{32}$$

si ottiene:

$$W = \sqrt{-\frac{q_p \Delta V V}{3\pi\mu D_p Q \ln(1-\eta)}} = ...m \tag{33}$$

2. L'efficienza di abbattimento globale si calcola valutando l'efficienza per ogni diametro di particella presente e pesando i risultati in base alla composizione in massa delle polveri:

$$\eta_{tot} = \sum_i f_i(D_p)\eta(D_p) \tag{34}$$

I valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono riportati in Tabella **??**, e l'efficienza di raccolta totale risulta $\eta_{tot} = ...\%$.

D_p	$0.5\mu m$	$1\mu m$	$5\mu m$	$10\mu m$	$20\mu m$	$50\mu m$
Peso	25	125	100	75	30	5
f_i	0.069	0.347	0.277	0.208	0.083	0.0138
$\eta(D_p)$	...	0.99	1.	1.	1.	1.

d.

---

1. In regime laminare, l'efficienza di separazione è data da:

$$\eta = \frac{H_1}{H} = \frac{Lv_{py}}{Hv_x} \tag{35}$$

dove H_1 è la posizione di altezza massima rispetto alla sezione di ingresso per cui le particelle riescono a depositare entro la lunghezza L della camera mentre H è l'altezza della camera. Per ricavare la lunghezza della camera se la larghezza deve essere al massimo $W = 2\ m$, risriviamo l'equazione dell'efficienza in modo da far comparire W e L. Poihé la portata del gas è data da $Q = WHv_x$, sostituendo in 35 si ha:

$$\eta = \frac{Lv_{py}W}{Hv_xW} = \frac{Lv_{py}W}{Q} \tag{36}$$

che può essere risolta per L imponendo $W = 2\ m$ se $\eta = 1$. Si ricava $L = Q/Wv_{yp}$ con v_{yp} velocità di settling della particella, data da:

$$v_{yp} = \tau_p g = \frac{\rho_p D_p^2}{18\mu} g \tag{37}$$

2. In ipotesi di dimensionamento in regime turbolento, l'equazione dell'efficienza diventa:

$$\eta = 1 - \exp\left(-\frac{v_{py}L}{Hv_x}\right) \tag{38}$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{v_{py}LW}{Q}\right) \tag{39}$$

$$\tag{40}$$

da cui si ricava per L:

$$L = -\frac{Q\ln(1-\eta)}{Wv_{py}} \tag{41}$$

e.

---

1. L'equazione della dinamica della particella risulta:

$$m_p \frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}t} = -(\rho_p - \rho)Vg + \tag{42}$$

$$+\frac{1}{2}C_D \frac{\pi D_p^2}{4}(v - v_p) \mid v - v_p \mid \tag{43}$$

e si sa che le particelle all'inizio sono sospese nel fluido ($v_p(0) = v$). Particelle pesanti sospese in un fluido in quiete tendono a separarsi per sedimentazione. In questo caso il fluido non è in quiete ma ha una velocità ascendente e per effetto dell'attrito tende a trascinare con sè le particelle. La separazione avverrà se in condizioni di stazionario per la particella la velocità risulterà discendente ($v_p < 0$). A stazionario, l'equazione del moto diventa:

$$0 = -(\rho_p - \rho)Vg + \frac{1}{2}C_D\frac{\pi D_p^2}{4}(v - v_p) \mid v - v_p \mid \tag{44}$$

$$(\rho_p - \rho)Vg = 3\pi\mu D_p(v - v_p) \tag{45}$$

avendo assunto regime di Stokes per il calcolo del coefficiente di drag. Risulta quindi:

$$(v - v_p) = \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu} g \tag{46}$$

$$v_p = v - \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu} g \tag{47}$$

Perché le particelle depositino deve essere

$$v_p < 0 \ \rightarrow \ v - \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu} g < 0 \tag{48}$$

$$\rightarrow \ v < \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu} g \tag{49}$$

cioè la velocità ascendente dell'acqua deve essere minore della velocità (discendente) di settling della particella.

2. L'andamento nel tempo della velocità della particella si ricava dalla soluzione dll'equazione del moto:

$$\rho_p \frac{\pi D_p^3}{6}\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}t} = -(\rho_p - \rho)\frac{\pi D_p^3}{6} g + 3\pi\mu D_p(v - v_p) \tag{50}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}t} = -\frac{(\rho_p - \rho)g}{\rho_p} + \frac{(v - v_p)}{\tau_p} \tag{51}$$

e risulta:

$$(v - v_p(t)) = \tau_p g(1 - \exp(-t/\tau_p)) \tag{52}$$

$$v_p(t) = v - \tau_p g(1 - \exp(-t/\tau_p)) \tag{53}$$

Questa funzione è una esponenziale decrescente che parte dalla velocità del fluido (¿0), decresce fino a zero, e diventa negativa fino a stabilizzarsi sul valore di stazionario. Integrando la velocità nel tempo si può ricavare lo spostamento verticale della particella $z_p(t)$:

$$z_p(t) = \int v_p(t)\mathrm{d}t = vt - \tau_p g(t + \tau_p \exp(-t/\tau_p)) \tag{54}$$

La lunghezza del tubo di aspirazione deve essere superiore alla massima altezza raggiunta dalla particella, che può essere determinata valutando l'equazione 54 in corrispondenza del punto di inversione della velocità ($\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}t = 0 \ \rightarrow z_p = max$). Se $v = 0.8\tau_p g$ il tempo per l'inversione del moto risulta $t = -\tau_p \ln 0.2$.