FLUIDODINAMICA, AA 2017/2018

II Compito Intermedio - Durata 2 ore - Libri Chiusi

19 Gennaio 2018

1

Un film sottile di acqua si forma per condensazione lungo un piano inclinato. Sia α l'angolo di inclinazione del piano rispetto all'orizzontale ed L la sua lunghezza (Fig.1). Il tasso di condensazione è esprimibile come $q = k/\delta(x)$ $[m^3/m^2s]$ con $\delta(x)$ spessore del film.

1. **Derivare l'espressione del profilo di velocità del film e disegnarne graficamente l'andamento.** [10%]
2. Derivare l'espressione per il tasso di condensazione q a $x = L/2$. [15%]
3. Il film deve rimanere a contatto col piano per un tempo massimo pari a T. Derivare l'espressione per l'angolo di inclinazione α che garantisce tale tempo di percorrenza (o inferiore). [15%]
4. Derivare l'espressione per la forza di attrito F_τ che il liquido a contatto col piano genera nel tratto lungo L. [10%]

2

Per trasferire acqua tra due serbatoi A e B ($h_A = 5\ m$, $h_B = 0\ m$) si utilizza un circuito come in Fig. 2, realizzato con tubazioni lisce ($f = 0.079Re^{-0.25}$) aventi il medesimo diametro D in tutti i rami. il circuito è dotato di due linee alimentate in parallelo ($h_1 = 0\ m$, $h_2 = 0\ m$), ciascuna avente lunghezza pari a 2000 m. I tratti di tubazione $A - 1$ e $2 - B$ hanno entrambi lunghezza pari a 500 m.

1. **Determinare la portata massica che è possibile trasferire al serbatoio B nel caso in cui la pompa venga tenuta spenta.** D = 5cm [15%]
2. Considerando che i costi sono $K_T = 1000$ €$/m^2$ (costo specifico della tubazione), $K_P = 2000$ €$/kW$ (costo specifico della pompa), $K_E = 0,23$ €$/kWh$ (costo specifico di esercizio), e che l'impianto deve funzionare per 5000 ore all'anno per 20 anni, si chiede di determinare il diametro ottimo sapendo che la portata massica da trasferire a B è di $\dot{m} = 8\ kg/s$ e che la portata massica elaborata dalla pompa è di $\dot{m} = 10\ kg/s$. [20%]
3. Per il diametro calcolato al punto 2., determinare la potenza della pompa. [5%]
4. Per il diametro calcolato al punto 2., determinare le velocità nei vari tratti del circuito e le pressioni ai nodi 1 e 2. [10%]

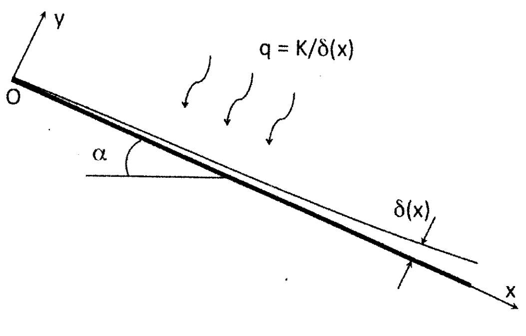


Fig. 1: Piano inclinato

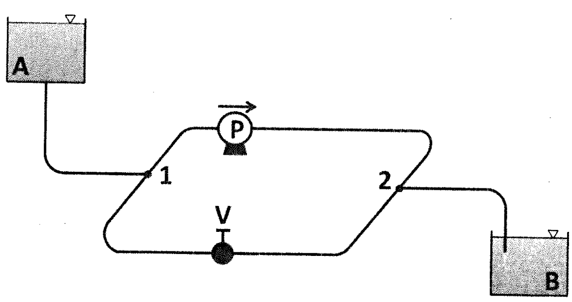
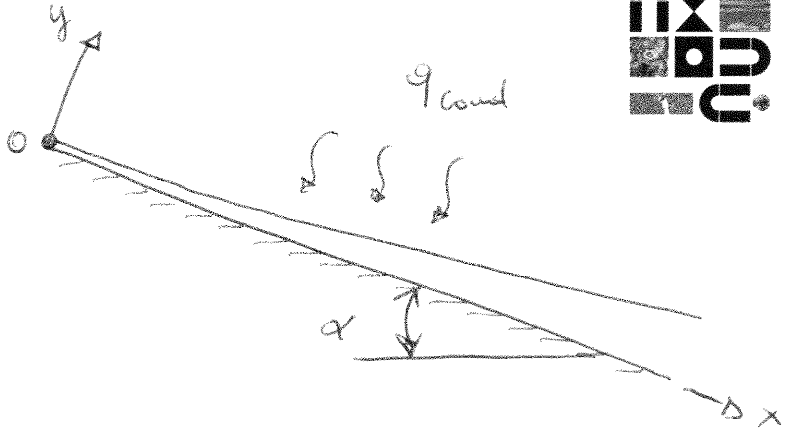


Fig. 2: ~~Bonifica di inquinante lungo un pendio~~

Continuità: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$; *NS:* $\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$; *Taglio:* $\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$

Equazione di Bernoulli (forma integrale) $B_{1\to 2} : \frac{v_1^2}{2} + gh_1 + \frac{p_1}{\rho} + w_s - l_v = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 + \frac{p_2}{\rho}$

EXE 1



$T_0 = 0$

$q_{cond} = \frac{K}{\delta(x)} \left[\frac{m^3}{m^2 s} \right]$

$$\left.\begin{array}{ll} C.C.\#1 : & v_x(y=0) = 0 \\ C.C.\#2 : & \tau_{xy}(y=\delta) = 0 \end{array}\right\} \boxed{v_x(x,y) = \frac{\rho g \operatorname{sen}\alpha}{2\mu}(2\delta y - y^2)}$$

[10%]

$$Q(x) = \frac{\rho g \operatorname{sen}\alpha}{3\mu} \cdot (\delta^3 \cdot W)$$

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{\rho g \operatorname{sen}\alpha}{\mu} \delta^2 \cdot W \frac{d\delta}{dx} \quad [1]$$

Bilancio di massa : $Q(x) + Q_{cond} = Q(x+dx)$

con $Q_{cond} = q_{cond} \cdot W dx$

Si trova : $\frac{dQ}{dx} = q_{cond} \cdot W \quad [2]$

Uguagliando [1] e [2] : $\cancel{W} \frac{\rho g \operatorname{sen}\alpha}{\mu} \delta^2 d\delta = \frac{K}{\delta} \cdot \cancel{W} dx$

$$\int_{\delta_0=0}^{\delta(x)} \delta^3 d\delta = \frac{\mu \cdot K}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \int_0^x dx \Rightarrow \frac{\delta^4(x)}{4} = \frac{\mu \cdot K}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \cdot x$$

$$\boxed{\delta(x) = \sqrt[4]{\frac{4\mu K}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \cdot x}}$$

DATA GENNAIO FEBBRAIO MARZO APRILE MAGGIO GIUGNO LUGLIO AGOSTO SETTEMBRE OTTOBRE NOVEMBRE DICEMBRE 2013 2014 2015 2016
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 ORA ___ : ___ PAGINE ___ / ___

www.lucigroup.com
GRUPPO LUCI

~~DOMANDA~~ Calcolare il tasso di condensazione per $x = \frac{L}{2}$:

$$q_{cond} = \frac{K}{\sqrt[4]{\frac{4\mu K^2}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \cdot \frac{L}{2}}}$$

[15%]

$$= \sqrt[4]{\frac{K^3 \cdot \rho g \operatorname{sen}\alpha}{2\mu \cdot L}} \qquad \frac{\frac{m^3}{s^3} \cdot \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2}}{\frac{kg}{m\,s} \cdot m} = \frac{m^4}{s^4}$$ ✓

Tempo di percorrenza :

$$dx = \bar{v}_x \, dt \qquad \text{con} \quad \bar{v}_x = \frac{\rho g \operatorname{sen}\alpha}{3\mu} \delta^2$$

$$\int_0^L \frac{1}{\frac{\rho g \operatorname{sen}\alpha}{3\mu} \cdot \delta^2} dx = \int_0^T dt = T$$

$$\frac{3\mu}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \int_0^L \frac{1}{\left(\frac{4\mu K}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \cdot x\right)^{1/2}} dx = T$$

DATA GENNAIO FEBBRAIO MARZO APRILE MAGGIO GIUGNO LUGLIO AGOSTO SETTEMBRE OTTOBRE NOVEMBRE DICEMBRE 2013 2014 2015 2016
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 ORA ___ : ___ PAGINE ___ / ___

www.lucigroup.com GRUPPO LUCI

$$\frac{3\mu}{\rho g \,\mathrm{sen}\,\alpha} \cdot \frac{1}{\left(\dfrac{4\mu K}{\rho g \,\mathrm{sen}\,\alpha}\right)^{1/2}} \cdot \underbrace{\int_0^L x^{-1/2}\,dx}_{} = T$$

$$2\cdot x^{1/2}\Big|_0^L = 2\sqrt{L}$$

$$\frac{3\mu}{(\rho g \,\mathrm{sen}\,\alpha)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\left(\dfrac{4\mu K}{\cancel{\rho g \,\mathrm{sen}\,\alpha}}\right)^{1/2}} \cdot 2\sqrt{L} = T$$

$$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{\mu}\,\sqrt{L}}{\cancel{2}\sqrt{\rho g \,\mathrm{sen}\,\alpha \cdot \cancel{\mu} K}} = T$$

$$3\cdot\sqrt{\frac{\mu L}{\rho g \,\mathrm{sen}\,\alpha \cdot k}} = T$$

$$\mathrm{sen}\,\alpha = \frac{3\mu L}{\rho g K \cdot T^2} \qquad \frac{kg}{m\cdot s}\cdot m\cdot\frac{m^3}{kg}\cdot\frac{s^2}{m}\cdot\frac{s}{m^2}\cdot\frac{1}{s^2} \checkmark$$

[15%]

$$\boxed{\alpha = \arcsin\left(\frac{3\mu L}{\rho g K\cdot T^2}\right)}$$

<u>Domanda</u>: calcolare l'angolo α che garantisce tempo di percorrenza T!

DATA GENNAIO FEBBRAIO MARZO APRILE MAGGIO GIUGNO LUGLIO AGOSTO SETTEMBRE OTTOBRE NOVEMBRE DICEMBRE 2013 2014 2015 2016

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 ORA ___ : ___ PAGINE ___ / ___

www.lucigroup.com

GRUPPO LUCI

$$\tau_{xy} = \rho g \operatorname{sen}\alpha \, (\delta - y)$$

$$\tau_w = \rho g \operatorname{sen}\alpha \cdot \delta$$

$$F_z = \int_0^W \int_0^L \tau_w \, dx \, dz$$

$$\frac{F_z}{W} = \rho g \operatorname{sen}\alpha \int_0^L \left(\frac{4 \mu k}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \right)^{1/4} \cdot x^{1/4} \, dx$$

$$= \rho g \operatorname{sen}\alpha \left(\frac{4 \mu k}{\rho g \operatorname{sen}\alpha} \right)^{1/4} \cdot \underbrace{\frac{4}{5} x^{5/4} \Big|_0^L}_{\frac{4}{5} L^{5/4}}$$

$$= \left[(\rho g \operatorname{sen}\alpha)^3 \cdot 4 \mu k L^5 \right]^{1/4} \cdot \frac{4}{5} \qquad [10\%]$$

DATA GENNAIO FEBBRAIO MARZO APRILE MAGGIO GIUGNO LUGLIO AGOSTO SETTEMBRE OTTOBRE NOVEMBRE DICEMBRE 2013 2014 2015 2016
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 ORA ___ : ___ PAGINE ___ /___
www.lucigroup.com GRUPPO LUCI

$\boxed{\text{EXE } 2}$

2.1) Portata trasferita con P chiusa (no flusso nel ramo della pompa).

$$\dot{m}_{AB} = \rho v_{AB} \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

$$B_{AB}: \quad \cancel{\frac{P_{atm}}{\rho}} + g h_A + \cancel{\frac{1}{2} v_A^2}^{0} + \cancel{dW_s}^{0} - dl_v^{AB} =$$

$$= \cancel{\frac{P_{atm}}{\rho}} + g h_B + \cancel{\frac{1}{2} v_B^2}^{0}$$

$$dl_v^{AB} = g(h_A - h_B) = 9{,}81 \cdot 5 = 49{,}05 \ \frac{m^2}{s^2}$$

$$dl_v^{AB} = 2 v_{AB}^2 f_{AB} \frac{L_{AB}}{D}$$

$$= 0{,}158 \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^{-0{,}25} \cdot v_{AB}^{1{,}75} \frac{L_{AB}}{D^{1{,}25}}$$

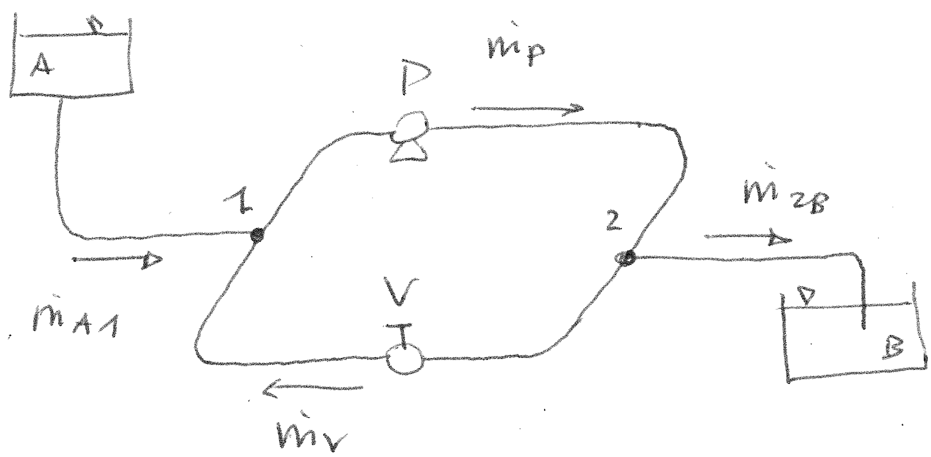
$$= 0{,}158 \, (10^6)^{-0{,}25} \cdot \frac{3000}{(0{,}05)^{1{,}25}} \cdot v_{AB}^{1{,}75}$$

$$= 633{,}966 \cdot v_{AB}^{1{,}75}$$

$$v_{AB} = \left(\frac{49{,}05}{633{,}966}\right)^{\frac{1}{1{,}75}} \simeq \underline{\underline{0{,}232 \ m/s}}$$

$$\dot{m}_{AB} = 10^3 \cdot 0{,}232 \cdot \frac{\pi (0{,}05)^2}{4} \cong \underline{\underline{0{,}455 \ kg/s}}$$

2.2) Pompa funzionante $\rightarrow D_{ottimo} = ?$



$\dot{m}_{A1} = 8 \ \frac{kg}{s}$

$\dot{m}_P = 10 \ \frac{kg}{s}$

$\dot{m}_V = 2 \ \frac{kg}{s}$

CONTINUITÀ AI NODI

1) $\dot{m}_{A1} + \dot{m}_V = \dot{m}_P$

$v_{A1} + v_V = v_P$

2) $\dot{m}_P = \dot{m}_{2B} + \dot{m}_V$

$v_P = v_{2B} + v_V$

$\Rightarrow v_{A1} = v_{2B}$

$$B_{1P2} : \frac{P_1}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2} v_P^2} + \cancel{g h_1} + dW_s - dl_v^{1P2} =$$

$$= \frac{P_2}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2} v_P^2} + \cancel{g h_2}$$

$$\boxed{dW_s = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + dl_v^{1P2}} \quad (1)$$

B_{2V1} : $\frac{P_2}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2}v_v^2} + \cancel{gh_2} - dl_v^{2V1} = \frac{P_1}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2}v_v^2} + \cancel{gh_1}$ $\lfloor 3$

$$\boxed{\frac{P_2 - P_1}{\rho} = dl_v^{2V1}} \quad (2)$$

Sostituendo (2) in (1) : $dW_s = dl_v^{2V1} + dl_v^{1P2}$

ovvero:

$$dW_s = 0,158 \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^{-0,25} \cdot \frac{1}{D^{1.25}} \cdot \left[v_v^{1,75} \cdot L_{2V1} + v_p^{1,75} \cdot L_{1P2} \right]$$

con $L_{2V1} = L_{1P2} = L = 2000 \text{ m}$

$$dW_s = 0,158 (10^6)^{-0,25} \cdot 2000 \left[\left(\frac{4 \dot{m}_v}{\rho \pi}\right)^{1,75} + \left(\frac{4 \dot{m}_p}{\rho \pi}\right)^{1,75} \right] D^{-4,75}$$

$$= 0,005111 \cdot D^{-4,75}$$

$$Pot = \dot{m}_p \cdot dW_s = 0,05111 \cdot D^{-4,75}$$

$$C_{TOT} = K_T \cdot L_{TOT} \cdot D + \left(\frac{K_P + K_E N_h N_y}{10^3} \right) \cdot Pot$$

$$= 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot D + \left(\frac{2 \cdot \cancel{10^3} + 0,23 \cdot 5 \cdot \cancel{10^3} \cdot 20}{\cancel{10^3}} \right) \cdot 0,0511 \, D^{-4,75}$$

$$= 5 \cdot 10^6 \cdot D + 25 \cdot 0,0511 \cdot D^{-4,75}$$

$$\frac{dC_{TOT}}{dD} = 5 \cdot 10^6 - 4,75 \cdot 1,2778 \cdot D^{-5,75} = 0$$

$$D_{ottimo} = \left(\frac{5 \cdot 10^6}{6{,}069}\right)^{-\frac{1}{5{,}75}}$$

$$= \underline{\underline{0{,}0936\ m}} \quad (\sim 9{,}36\ cm)$$

$$Pot = 0{,}05111 \cdot (0{,}0936)^{-4{,}75} = \underline{\underline{3940\ W}}$$

$$v_{A1} = v_{2B} = \frac{4\ \dot{m}_{A1}}{\rho \pi D^2} \simeq \underline{\underline{1{,}16\ m/s}}$$

$$v_P = \frac{4\ \dot{m}_P}{\rho \pi D^2} \simeq \underline{\underline{1{,}45\ m/s}}$$

$$v_V = \frac{4\ \dot{m}_V}{\rho \pi D^2} \simeq \underline{\underline{0{,}29\ m/s}}$$

$$B_{A1} : \quad \frac{P_{atm}}{\rho} + g\, h_A - dl_v^{A1} = \frac{P_1}{\rho}$$

$$P_1 = P_{atm} + \rho \left[g\, h_A - dl_v^{A1} \right] \simeq \underline{\underline{87480\ Pa}}$$

$$B_{2B} : \quad \frac{P_2}{\rho} - dl_v^{2B} = \frac{P_{atm}}{\rho} \Rightarrow P_2 = P_{atm} + \rho\, dl_v^{2B} \simeq \underline{\underline{164220\ Pa}}$$