

FLUIDODINAMICA, AA 2017/2018
I Compito Intermedio - Durata 2 ore - Libri Chiusi

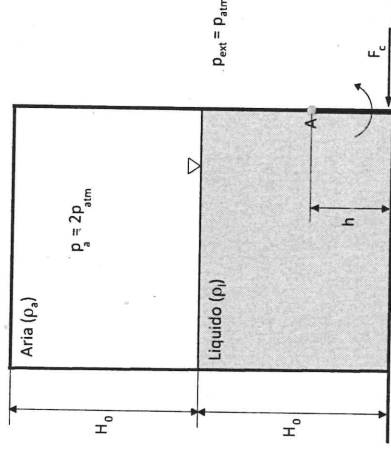
06 Dicembre 2017

1

Per lo stoccaggio di liquidi industriali si possono utilizzare cisterne in acciaio zincato come quella rappresentata in Fig. 1. La cisterna, avente sezione quadrata di lato L , è riempita per metà di liquido (avente densità ρ_l) fino al livello $H_0 = 4h$ e per metà di aria a pressione $p_{a,0} = 2p_{atm}$.

Al piede della cisterna è presente una paratia incernierata in A, di forma quadrata. La paratia ha altezza (e quindi larghezza) h , ed è dotata di sistema di blocco che ne consente l'apertura o la chiusura controllata.

Quando la forza normale esercitata sulla paratia supera la forza critica F_c , il sistema di controllo determina l'apertura della paratia.



1. Disegnare l'andamento della pressione all'interno della cisterna (in condizioni statiche). [5%]

2. Derivare un'espressione per la forza F_{or} agente in direzione orizzontale sulla faccia interna della paratia chiusa. [10%]

3. Nota l'altezza h , determinare la forza F_c che è necessario garantire alla base della paratia per evitarne l'apertura. Suggerimento: si ipotizzi l'equilibrio dei momenti agenti sulla paratia. [15%]

2

In un impianto industriale, l'operazione di "lavaggio" di gas viene effettuata spruzzando il gas con spray di soluzioni opportune. Un getto bifase caratterizzato da gocce d'acqua aventi diametro iniziale D_i e velocità iniziale v_i viene iniettato in una camera contenente i vapori di gas da lavare. Le gocce si muovono solo orizzontalmente (in direzione x) e in regime di Stokes.

1. Calcolare come varia nel tempo la velocità $v_{p,x}(t)$ delle gocce, nell'ipotesi che queste abbiano massa m_p costante ed il gas sia fermo. [5%]

2. Calcolare come varia nel tempo la posizione $x_p(t)$ delle gocce, nell'ipotesi che queste abbiano massa m_p costante ed il gas sia fermo. [5%]

3. Calcolare la distanza percorsa dalle gocce quando la loro velocità è pari al 50% del valore iniziale. [5%]

4. A causa delle elevate temperature richieste dall'operazione di lavaggio, parte dell'acqua di cui sono costituite le gocce evapora con tasso $c = k\pi D_p^2$ dove k è il tasso specifico di evaporazione, costante ed espresso in $[kg/m^2s]$. Calcolare come varia nel tempo la velocità delle gocce in questo caso. [20%]

3

Per l'estrazione di gas geotermico, si utilizzano tubi disposti verticalmente, all'interno dei quali il gas viene fatto fluire verso l'alto. Per proteggere i tubi dalla azione corrosiva dei composti acidi contenuti nel gas geotermico, si utilizza un film liquido contenente una soluzione basica. Il film, avente spessore costante δ , viene fatto scorrere verso il basso lungo la parete interna del tubo, impedendo che quest'ultimo venga a contatto col gas.

1. Enunciando chiaramente le ipotesi, semplificare le equazioni di Continuità e di Navier-Stokes per il film. [5%]

2. Derivare l'espressione del profilo di velocità del liquido nel film, nell'ipotesi che il gas generi uno sforzo di taglio τ_i (supposto noto) in corrispondenza dell'interfaccia del film. [10%]

3. Noto il diametro D del tubo, determinare l'espressione di τ_i che annulla la portata volumetrica Q di liquido trasferita, nell'ipotesi di film sottile (ovvero $\delta \ll D$). [10%]

4. Calcolare l'espressione della forza F_τ generata per attrito dal liquido a contatto con la parete del tubo. [10%]

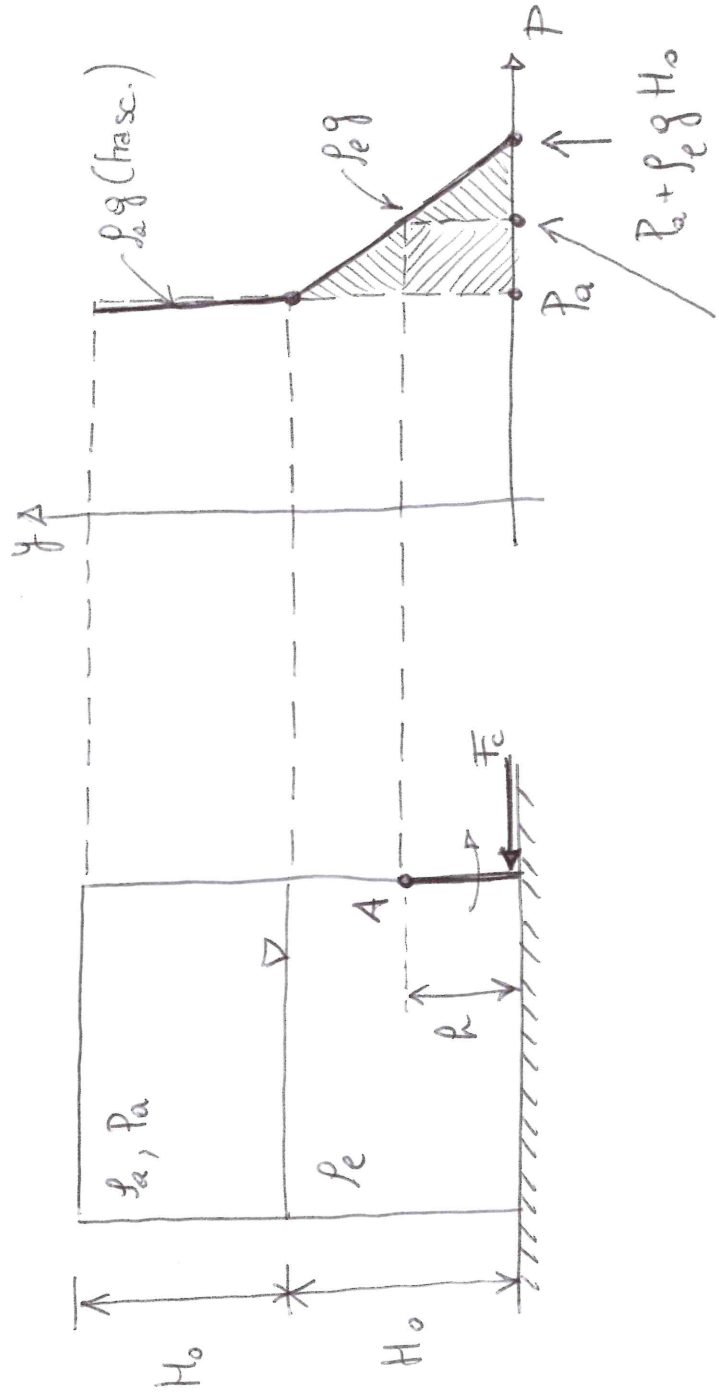
$$\text{Continuità} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{Navier-Stokes} \quad \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)$$

$$\text{Num. Reynolds e Forza di Drag per la particella:} \quad Re = \frac{\rho D_p |\mathbf{u} - \mathbf{v}|}{\mu}, \quad \mathbf{F}_D = \frac{1}{2} C_D \rho A_p (\mathbf{u} - \mathbf{v}) |\mathbf{u} - \mathbf{v}|$$

$$\text{Legge di Stevino:} \quad dp = -\rho g dz$$

EXE 1

14



Calcolo delle forze orizzontali:

$$F_{or, int} = \frac{[P_a + \rho_e g (H_0 - h) + P_a + \rho_e g H_0] \cdot h \cdot h}{2}$$

$$= \left(P_a + \rho_e g H_0 - \rho_e g \frac{h}{2} \right) h^2$$

↑
lunghezza paratia

$$H_0 = 5R$$

$$P_a = 3P_{atm}$$

$$F_{or, int} = (3P_{atm} + \frac{9}{2} \rho_e g h) h^2$$

$$H_0 = 4h$$

$$P_a = 2P_{atm}$$

$$F_{or, int} = (2P_{atm} + \frac{7}{2} \rho_e g h) h^2$$

LATO ESTERNO

$$F_{or, ext} = P_{atm} \cdot h^2$$

Calcolo delle forze F_c , tramite equilibrio dei momenti:

$$M_{or, int} = [P_a + \rho_e g (H_0 - h)] \cdot \frac{h^3}{2} + \rho_e g h \cdot \frac{h}{2} \cdot h \cdot \frac{2}{3} h$$

$$M_{or,ext} = F_c \cdot h + P_{atm} \cdot h^2 \cdot \frac{h}{2}$$

$$M_{or,int} = M_{or,ext} \Rightarrow \left[P_a + \rho_e g (H_0 - h) \right] \frac{h^3}{2} + \frac{1}{3} \rho_e g h^3 = F_c \cdot h + P_{atm} \cdot \frac{h^3}{2}$$

$$F_c = \left[P_a + \rho_e g (H_0 - h) \right] \frac{h^2}{2} + \frac{1}{3} \rho_e g h^3 - P_{atm} \cdot \frac{h^2}{2}$$

$$\begin{aligned} H_0 = 5h \\ P_a = 3P_{atm} \end{aligned} \Rightarrow F_c = 2P_{atm} \cdot \frac{h^2}{2} + \frac{1}{3} \rho_e g h^3 + \frac{1}{3} \rho_e g h^3 = P_{atm} \cdot h^2 + \frac{2}{3} \rho_e g h^3 //$$

$$\begin{aligned} H_0 = 4h \\ P_a = 2P_{atm} \end{aligned} \Rightarrow F_c = P_{atm} \cdot \frac{h^2}{2} + \frac{3}{2} \rho_e g h^3 + \frac{1}{3} \rho_e g h^3 = P_{atm} \cdot \frac{h^2}{2} + \frac{11}{6} \rho_e g h^3 //$$

EXE 2

11

Nota orizzontale in regime di Stokes ($m_p = \text{cost.}$)

$$F_{T,x} = F_{D,x} \quad (F_{p,x} = 0; F_{g,x} = 0) \Rightarrow \frac{dW_{p,x}}{dt} = - \frac{V_{p,x}}{\tau_p}$$

$$\text{con } \tau_p \triangleq \frac{\rho_p D_p^2}{18\mu}$$

Integrando con C.I. $V_{p,x}(t=0) = V_i$ si ottiene:

$$V_{p,x}(t) = V_i \cdot e^{-t/\tau_p}$$

$$[5\%] \quad X_p(t) = \int_0^t V_{p,x}(t) dt = V_i \cdot \tau_p (1 - e^{-t/\tau_p})$$

$$V_{p,x}(t) = \frac{V_i}{2} \Rightarrow e^{-t/\tau_p} = \frac{1}{2} \Rightarrow X_p(t) = \frac{V_i \tau_p}{2}$$

[5%]

$$V_{p,x}(t) = \frac{V_i}{4} \Rightarrow e^{-t/\tau_p} = \frac{1}{4} \Rightarrow X_p(t) = \frac{3}{4} V_i \tau_p$$

Con esse variabile:

$$C = k \bar{u} D_p^2(t) \Rightarrow (2\%) \frac{dW_p}{dt} = - k \bar{u} D_p^2(t) = \rho_p \frac{\pi}{2} D_p^2(t) \frac{dD_p}{dt} \quad (2\%)$$

$$\frac{dD_p}{dt} = - \frac{2k}{\rho_p} \Rightarrow dt = - \frac{\rho_p}{2k} dD_p$$

$$\int \Rightarrow D_p(t) = D_i - \frac{2k}{\rho_p} t \quad (3\%)$$

Bilancio di forze:

$$m_p \frac{dV_{p,x}}{dt} + V_{p,x} \frac{dm_p}{dt} = -3\pi\mu D_p \cdot V_{p,x}$$

$$\frac{dV_{p,x}}{dt} = -\frac{1}{m_p} \left[\frac{dm_p}{dt} + 3\pi\mu \cdot D_p \right] V_{p,x}$$

$$\frac{dV_{p,x}}{V_{p,x}} = -\frac{1}{\rho_p \pi \frac{D_p^3}{6}} \left[-k\pi D_p^2 + 3\pi\mu D_p \right] dt$$

$$= \left(\frac{6k}{\rho_p} \cdot \frac{1}{D_p(t)} - \frac{18\mu}{\rho_p} \cdot \frac{1}{D_p^2(t)} \right) dt$$

$$dt = -\frac{\rho_p dD_p}{2k}$$

$$= -3 \cdot \frac{dD_p}{D_p(t)} + \frac{9\mu}{k} \cdot \frac{dD_p}{D_p^2(t)} \quad (5\%)$$

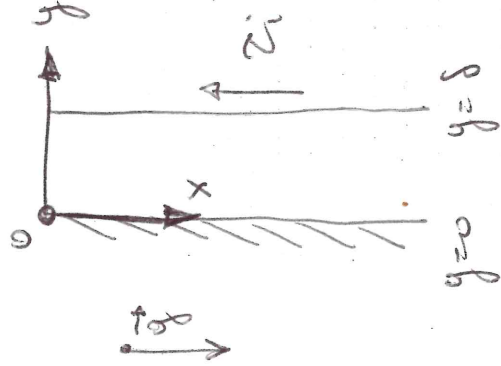
Integrando: Integrale giusto $\rightarrow 5\%$

$$\ln \left[\frac{V_{p,x}(t)}{V_i} \right] = -3 \ln \left[\frac{D_p(t)}{D_i} \right] + \frac{9\mu}{k} \left[\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_p(t)} \right]$$

$$V_{p,x}(t) = V_i \cdot \left[\frac{D_i}{D_p(t)} \right]^3 \cdot e^{\frac{9\mu}{k} \left[\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_p(t)} \right]} \quad (3\%)$$

EXE 3

1



IPOTESI

- $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$
- $v_x(y) \neq 0$; $v_y = v_z = 0$
- $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$

$W = \pi D$

$D \gg h$

LEI DI CONSERVAZIONE:

- $\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$ CONT.
- $0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$ NSX
- $0 = -\frac{\partial p}{\partial y}$ NSY

CON $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g_x = -\rho g$

PROFILLO DI VELOCITÀ

$v_x(y) = \frac{1}{2\mu}(-\rho g) y^2 + c_1 y + c_2$

C.C. #1 $v_x(y=0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0$

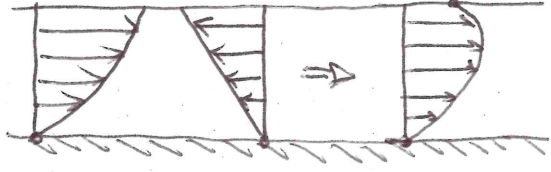
C.C. #2 $\tau_{yx}(y=h) = -\tau_i \Rightarrow -\rho g h \Big|_{y=h} + \mu c_1 = -\tau_i$
 $\Rightarrow c_1 = -\tau_i / \mu + \rho g h / \mu$

$$v_x(y) = -\frac{\rho g}{2\mu} (y^2 - 2\delta y) - \frac{\tau_i}{\mu} y$$

$$y=0 \Rightarrow v_x(y)=0 \quad \checkmark$$

$$y=\delta \Rightarrow v_x(y) = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu} - \frac{\tau_i}{\mu} \delta$$

$$\text{N.B. } v_x(y=\delta)=0 \text{ se } \tau_i = \frac{\rho g \delta}{2}$$



$$Q = \int_0^w \int_0^\delta v_x(y) dy dz =$$

$$= w \left[-\frac{\rho g}{2\mu} \int_0^\delta (y^2 - 2\delta y) dy - \frac{\tau_i}{\mu} \int_0^\delta y dy \right]$$

$$= \frac{\rho g \delta^3}{3\mu} w - \frac{\tau_i \delta^2}{2\mu} \cdot w$$

$$\text{N.B. } Q=0 \text{ se } \tau_i = \frac{2}{3} \rho g \delta$$

$$Q \Big|_{\tau_i = \frac{\rho g \delta}{2}} = \frac{\rho g \delta^3}{3\mu} w - \frac{\rho g \delta^3}{4\mu} w = \frac{\rho g \delta^3}{12\mu} w$$

FORZA DI ATTRITO

$$F_z = \tau_w \cdot A = \tau_w \cdot Lw \quad \text{con } \tau_w = \tau_{yx}|_{y=0}$$

13

$$z_{yx} = \mu \frac{\partial v^x}{\partial y} = -\rho g y + \rho g d - z_i$$

$$z_{yx}|_{y=0} = \rho g d - z_i \Rightarrow$$

$$F_z = (\rho g d - z_i) L W$$