FLUIDODINAMICA, AA 2017/2018

II Appello II Compito - Durata 2 ore - Libri Aperti

23 Febbraio 2018

1

Un evaporatore a fascio tubiero è costituito da tre tubi orizzontali di raggio $R = 5\ cm$ e lunghezza $L = 1\ m$ posti lungo la stessa verticale. All'interno di ciascun tubo passa del vapore surriscaldato, utilizzato per far evaporare del liquido (viscosità $\mu = 0.12\ Pa \cdot s$, densità $\rho = 800\ kg/m^3$), alimentato a film sul primo tubo. Sapendo che il tasso di evaporazione è $q_{ev} = 0.5\ kg/m^2 s$, si chiede di:

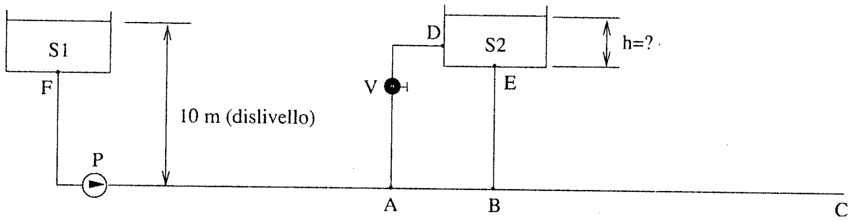
1. determinare il valore della portata di alimentazione se il liquido deve essere completamente evaporato in corrispondenza del punto più basso del terzo e ultimo tubo; [10%]
2. calcolare i profili di velocità e taglio nel film; [10%]
3. calcolare l'andamento dello spessore del film. [10%]

2

Il circuito in figura (costiuito da tubi lisci di diametro $D = 0.1\ m$) viene utilizzato per trasferire una portata $Q_{BC} = 28\ m^3/h$ di acqua dai serbatoi S_1 ed S_2 al punto di scarico C ($p_C = p_{atm}$).

1. Nel caso di valvola V chiusa, si chiede di calcolare la potenza Pot della pompa ed il livello h dell'acqua nel serbatoio S_2, sapendo che dai serbatoi S_1 ed S_2 viene prelevata la medesima portata volumetrica ($Q_{FB} = Q_{EB}$). [15%]
2. Nel caso di valvola V aperta, calcolare la potenza Pot della pompa utilizzando i valori di Q_{EB} e di h calcolati al punto precedente. *Suggerimento*: verificare che l'acqua tende a fluire da A verso D nel ramo contenente la valvola. [20%]

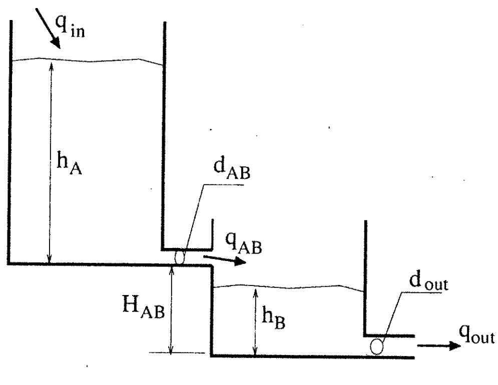
Lunghezze dei tratti di tubazione: $L_{FA} = 1800\ m$, $L_{AB} = L_{AD} = 400\ m$, $L_{BC} = 900\ m$, $L_{EB} = 6\ m$ (dislivello).



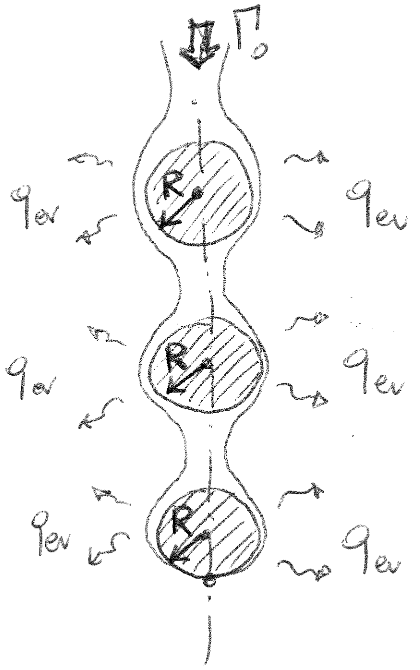
3

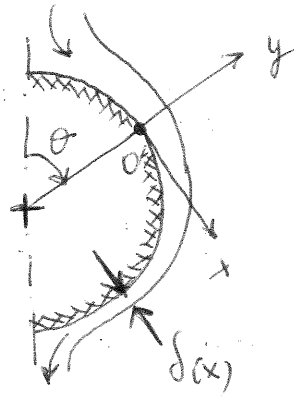
Un serbatoio A (avente area di base $S_A = 4\ m^2$) è alimentato con una portata volumetrica di acqua $q_{in} = 0.5\ m^3/s$. Esso è collegato ad un serbatoio B tramite un piccolo tubo di diametro $d_{AB} = 30\ cm$ che si trova sul fondo del serbatoio A e ad una altezza dal fondo del serbatoio B pari a $H_{AB} = 1\ m$. Sul fondo del serbatoio B c'è un tubo di scarico di diametro $d_{out} = 40\ cm$. Trascurando tutte le perdite, calcolare:

1. le altezze $h_{A,eq}$ e $h_{B,eq}$ raggiunte dall'acqua nei due serbatoi quando si arriva ad una condizione di equilibrio [15%]
2. il tempo t_A^* necessario affinchè il livello di acqua nel serbatoio A raggiunga la quota $h_A^* = 2\ m$ (assumendo il serbatoio vuoto all'istante $t = 0$) [20%]



EXE 1





1.1) Se $\delta(x) \ll R$ allora:

$$\delta(x) = \sqrt[3]{\frac{3\mu\Gamma(x)}{\rho^2 g \,\text{sen}\,\theta}}$$

e (vedi HW4):

$$\frac{d\Gamma}{dx} = -q_{ev}$$

con $x = \theta \cdot R$

Pertanto: $\Gamma(x) = \Gamma_0 - q_{ev} \cdot x$

In uscita dal I° tubo avremo: $\Gamma_1 = \Gamma_0 - \underbrace{(q_{ev} \cdot \pi R)}_{\text{portata che è evaporata su metà tubo (uguale } \forall \text{ tubo)}} \cdot \underbrace{2}_{\text{"lati" (sx e dx) del tubo}}$

Portata rimanente (non evaporata) sul fondo del I° tubo

In uscita dal II° tubo avremo: $\Gamma_2 = \Gamma_1 - 2\pi R \cdot q_{ev}$

In uscita dal III° tubo avremo: $\Gamma_3 = \Gamma_2 - 2\pi R \cdot q_{ev} = 0$!

Pertanto $\Gamma_0 - 2\pi R \cdot q_{ev} \cdot 3 = 0 \Rightarrow \Gamma_0 = 6\pi R \cdot q_{ev}$

$= 6\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5$

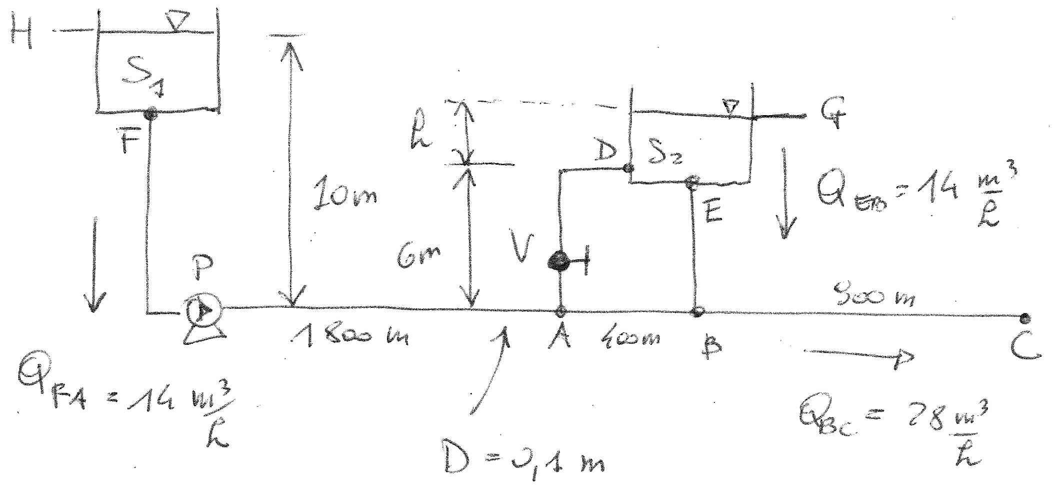
$= 0{,}471 \; \frac{kg}{m\,s}$

$\tau_{xy} = \rho g \,\text{sen}\,\theta \,(\delta - y)$

1.2) $v_x = \frac{\rho g \,\text{sen}\,\theta}{2\mu}(2\delta \cdot y - y^2)$

1.3) $\delta(\theta) = \sqrt[3]{\frac{3\mu(\Gamma_1 - q_{ev} \cdot x)}{\dots}}$

EXE 2



$L_{FA} = 1800$ m

$L_{AB} = L_{AD} = 400$ m

$\Delta h_{AD} = \Delta h_{EB} = 6$ m

$L_{BC} = 900$ m

2.1) Valvola V chiusa (no flusso nel ramo A – D):

$$B_{BC}: \cancel{\frac{1}{2} v_{BC}^2} + \cancel{g h_B} + \frac{P_B}{\rho} - dl_v^{BC} = \cancel{\frac{1}{2} v_{BC}^2} + g h_C + \frac{P_{atm}}{\rho}$$

$$\frac{P_B - P_{atm}}{\rho} = dl_v^{BC} = 0{,}158 \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^{-0{,}25} v_{BC}^{1.75} \frac{L_{BC}}{D^{1.25}}$$

$$\text{con} \quad v_{BC} = \frac{4 Q_{BC}}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot (28/3600)}{\pi \cdot (0,1)^2} \cong 0{,}99 \ m/s$$

$$\left[Re_{BC} = \frac{\rho v_{BC} D}{\mu} \simeq 10^5 \longrightarrow \text{Flusso turbolento} \right]$$

$$P_B = P_{atm} + 158 \underbrace{(10^6)^{-0{,}25}}_{0{,}031623} \cdot (0{,}99)^{1.75} \cdot \frac{900}{\underbrace{(0{,}1)^{1.25}}_{0{,}05623}}$$

$$= 101325 + 78570{,}8 = 1{,}7989 \cdot 10^5 \ Pa \simeq \underline{1{,}8 \cdot 10^5 \ Pa}$$

$$B_{GB}: \frac{P_{atm}}{\rho} + g h_G - dl_v^{EB} = \frac{P_B}{\rho} + \cancel{\frac{1}{2} v_{EB}^2}^{\text{trasc}} + \cancel{g h_B} \quad (h_B = 0)$$

$$h_G = \left[\underbrace{\frac{P_B - P_{atm}}{\rho}}_{\frac{78570{,}8}{10^3}} + \underbrace{dl_v^{EB}}_{0{,}158 \left(\frac{\rho}{\mu}\right)^{-0{,}25} v_{EB}^{1.75} \frac{L_{EB}}{D^{1.25}} = 0{,}1585} \right] \cdot \frac{1}{g} \cong \underline{8 \ m}$$

(TRASCURABILE)

Il livello h di liquido nel serbatoio S_2 è: $\boxed{h = 2m}$.

B_{HB}: $\frac{P_{atm}}{\rho} + g h_H + dW_s - dl_v^{FB} = \frac{P_B}{\rho} + \cancel{g h_B}^{=0} + \cancel{\frac{1}{2} v_{FB}^2}$ trasc.

$$dW_s = \frac{P_B - P_{atm}}{\rho} - g h_H + dl_v^{FB}$$

$$= 78{,}57 - 9{,}81 \cdot 10 + \underbrace{0{,}158 (10^6)^{-0{,}25} \cdot v_{FA}^{1.75} \cdot \frac{L_{FB}}{D^{1{,}25}}}_{61{,}14}$$

con $v_{FA} = v_{EB} \simeq 0{,}5\ m/s$

Risulta: $dW_s \cong 41{,}6\ m^2/s^2 \Rightarrow \boxed{Pot} = \rho Q_{FA} \cdot dW_s$

$$= 10^3 \cdot \frac{14}{3600} \cdot 41{,}6$$

$$\boxed{\cong 162\ W}$$

2.2) Valvola V aperta

$$\left.\begin{array}{l} Q_{EB} = 14\ \frac{m^3}{h} \rightarrow v_{EB} \simeq 0{,}5\ \frac{m}{s} \\ h = 2m \end{array}\right\} \quad \frac{P_{atm}}{\rho} + g h_G - dl_v^{EB} = \frac{P_B}{\rho}$$

$$P_B = P_{atm} + \rho g h_G - \rho dl_v^{EB}$$

$$= 101325 + 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 8 - 10^3 \cdot 0{,}1585$$

$$= 101325 + 78480 - \cancel{158{,}5}$$ trasc.

$$\cong 1{,}8 \cdot 10^5\ Pa$$

La pressione in B non cambia se Q_{EB} ed h non cambiano

B_{BC} : $\frac{P_B}{\rho} - dl_v^{BC} = \frac{P_C}{\rho} \rightarrow dl_v^{BC} = \frac{P_B - P_{atm}}{\rho}$

Anche le perdite nel ramo BC non cambiano. Pertanto rimane invariata anche la portata Q_{BC}. Questo implica che nel tratto AB transitano 14 m^3/h:

$$B_{AB} : \quad P_A = P_B + dl_v^{AB} \cdot \rho$$

$$= 1{,}8 \cdot 10^5 + \underbrace{0{,}158 \cdot 0{,}031623 \cdot \underbrace{(0{,}5)^{1.75}}_{0{,}2973} \cdot \frac{400}{(0{,}1)^{1.25}} \cdot 10^3}_{\sim 10^4}$$

$$\underline{\underline{\cong 1{,}9 \cdot 10^5 \ Pa}}$$

Poiché $P_D = P_{atm} + \rho g h = 101325 + 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cong 1{,}2 \cdot 10^5 \ Pa$ si trova che $P_A > P_D$ e, pertanto, il flusso nel ramo AD è da A verso D:

B_{AD} : $\frac{P_A}{\rho} + g h_A - dl_v^{AD} = \frac{P_D}{\rho} + g h_D$ (D alla base di S_2)

$$dl_v^{AD} = \frac{P_A - P_D}{\rho} + g(\underbrace{h_A - h_D}_{6\,m})$$

$$= \frac{1.9 \cancel{\cdot 10^5}^{\,2} - 1{,}2 \cancel{\cdot 10^5}^{\,2}}{\cancel{10^3}} + 9{,}81 \cdot 6 = 70 + 58{,}86$$

$$\cong 128{,}86 \ m^2/s^2 \equiv 0{,}158 \left(\frac{\rho}{\mu}\right) v_{AD}^{1{,}75} \frac{L_{AD}}{D^{1.25}}$$

$$= 35{,}54 \cdot v_{AD}^{1{,}75}$$

$$v_{AD} = \left(\frac{128{,}86}{35{,}54}\right)^{1/1{,}75} = 3{,}625^{0{,}571} \cong 2{,}09 \ m/s$$

$$Q_{AD} = v_{AD}\,\frac{\pi D^2}{4} = 2{,}09\,\frac{\pi(0{,}1)^2}{4} = 0{,}0164\ m^3/s$$

Dalla continuità: $Q_{FA} = Q_{AD} + Q_{AB} = 0{,}0164 + \underbrace{\frac{14}{3600}}_{0{,}0039}$

$\cong 0{,}02\ m^3/s$

da cui $v_{FA} = \dfrac{4Q_{FA}}{\pi D^2} = 2{,}587\ m/s$ $\quad\left(\frac{1}{2}v_{FA}^2 \simeq 3{,}34\right)$

$$B_{HA}: \quad \frac{P_{atm}}{\rho} + g h_H + dW_s - dl_v^{FA} = \frac{P_A}{\rho} + \cancel{g h_A}^{\,0}$$

$$dW_s = \frac{P_A - P_{atm}}{\rho} + dl_v^{FA} - g h_H$$

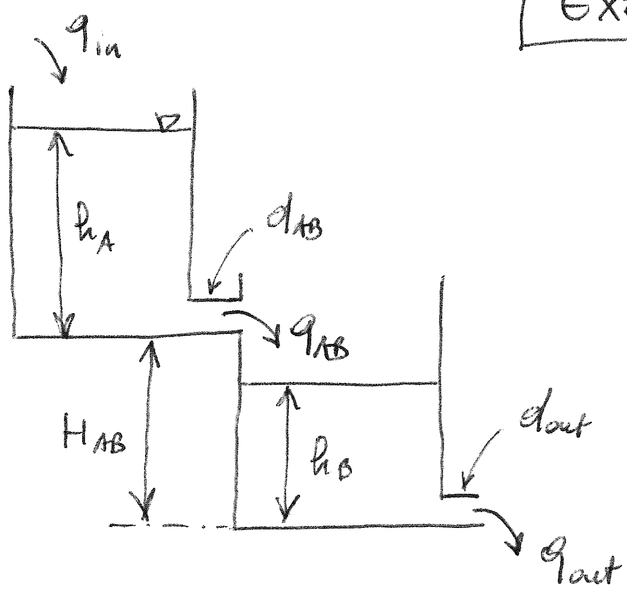
$$\cong \frac{1{,}9\cdot 10^{5} - 10^{5}}{\cancel{10^3}} + 0{,}158\cdot 0{,}031623\cdot(2{,}587)^{1.75}\cdot\frac{1800}{(0{,}1)^{1{,}25}} - 9{,}81\cdot 10$$

$$= 90 + 843{,}78 - 98{,}1$$

$$\simeq 836\ m^2/s^2$$

$$Pot = \rho Q_{FA}\cdot dW_s = 10^3\cdot 0{,}02\cdot 836 \cong \underline{\underline{16718{,}6\ W}}$$

EXE 3



$S_A = 4 m^2$

$q_{in} = 0,5 \frac{m^3}{s}$

$d_{AB} = 0,3$ m

$d_{out} = 0.4$ m

$H_{AB} = 1$ m

3.1) Altezze di equilibrio:

• Serbatoio A : $q_{in} = q_{AB} = v_{AB} \cdot \frac{\pi d_{AB}^2}{4} = \sqrt{2g h_A^{eq}} \cdot \frac{\pi d_{AB}^2}{4}$

$$h_A^{eq} = \left(\frac{4 q_{in}}{\pi d_{AB}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}}\right)^2 = \left(\underbrace{\frac{4 \cdot 0,5}{\pi (0,3)^2}}_{7,07} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2 \cdot 9,81}}}_{0,2258}\right)^2 \simeq \mathbf{2,55\ m}$$

• Serbatoio B : l'equilibrio può essere raggiunto solo quando q_{AB} diventa costante, ovvero quando $q_{AB} = q_{in}$:

$$q_{in} = q_{out} = v_{out} \frac{\pi d_{out}^2}{4} \Rightarrow h_B^{eq} = \left(\frac{4 q_{in}}{\pi d_{out}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}}\right)^2 \simeq \mathbf{0,81\ m}$$

3.2) Tempo di riempimento t_A^*

Bilancio di massa sul serbatoio A : $\frac{dh_A}{dt} = \frac{q_{in}}{S} - \sqrt{2g h_A(t)} \cdot \frac{\pi d_{AB}^2}{4S}$

$$\frac{dh_A}{dt} = A - B\sqrt{h_A(t)} \quad \text{con} \quad \begin{cases} A = q_{in}/S = 0.125 \ m/s \\ B = \sqrt{2g} \cdot \frac{\pi d_{AB}^2}{4S} = 0,0783 \ m^{1/2}/s \end{cases}$$

Posto $A - B\sqrt{h_A(t)} = z$ si ha: $\sqrt{h_A} = \frac{A - z}{B}$

e $-B\frac{1}{2}h_A^{-1/2}dh = dz \rightsquigarrow dh = -\frac{2}{B}\sqrt{h_A}\,dz = -\frac{2}{B^2}(A - z)\,dz$

Quindi:

$$\int_{h_{in}}^{h_{fin}} \frac{dh_A}{A - B\sqrt{h_A(t)}} = \int_{z_1}^{z_2} -\frac{2}{B^2}(A - z)\,dz \cdot \frac{1}{z} = -\frac{2}{B^2}\left[\int_{z_1}^{z_2}\frac{A}{z}dz - \int_{z_1}^{z_2}dz\right] =$$

$$= -\frac{2}{B^2}\left(A \ln z \Big|_{z_1}^{z_2} - z\Big|_{z_1}^{z_2}\right) = -\frac{2}{B^2}\left[A \ln\left(\frac{A - B\sqrt{h_{fin}}}{A - B\sqrt{h_{in}}}\right) - \right.$$

$$\left.\left(\cancel{A} - B\sqrt{h_{fin}} - \cancel{A} + B\sqrt{h_{in}}\right)\right]$$

$$= -\frac{2}{B^2}\left[A \ln\left(\frac{A - B\sqrt{h_{fin}}}{A - B\sqrt{h_{in}}}\right) + B\left(\sqrt{h_{fin}} - \sqrt{h_{in}}\right)\right]$$

Con $h_{fin} = 2$ m e $h_{in} = 0$ m.

Calcolo numerico dell'integrale:

$$-\frac{2}{(0{,}0783)^2}\left[\overbrace{0{,}125 \ln\left(\underbrace{\frac{0{,}125 - 0{,}0783\sqrt{2}}{0{,}125}}_{0{,}114}\right)}^{-2{,}17} + \underbrace{0{,}0783(\sqrt{2})}_{0{,}11}\right] =$$

$$= -326{,}2 \cdot (-0{,}27 + 0{,}11) \cong \mathbf{52{,}6\ sec.} = t_A^*$$