Soluzioni Homework N^o 3: sistemi di trasporto multifase

a.

1. Per identificare il regime di flusso si deve calcolare la velocità superficiale per i due fluidi. Dal calcolo delle velocità superficiali delle due fasi risulta:

$$U_{Oil,sup} = \frac{W_{oil}}{\rho_{oil} A} = 0.69 \ m/s \tag{1}$$

$$U_{Gas,sup} = \frac{W_{gas}}{\rho_{gas} A} = 0.35 \ m/s \tag{2}$$

e dalla mappa di Mandane il regime di flusso risulta essere quello intermittente (elongated bubble flow).

2. Il numero di Reynolds risulta

$$Re_{oil} = \frac{U_{oil,sup}\rho_{oil} D}{\mu_{oil}} = 2.75 \cdot 10^4 \tag{3}$$

$$Re_{gas} = \frac{U_{gas,sup}\rho_{gas} D}{\mu_{gas}} = 3.099 \cdot 10^4 \tag{4}$$

ad indicare flusso turbolento per entrambe le fasi, ed il coefficiente di attrito f dato dalla legge di Blasius:

$$f_{oil} = 0.079 \cdot Re_{oil}^{-0.25} = 0.00613 \tag{5}$$

$$f_{gas} = 0.079 \cdot Re_{gas}^{-0.25} = 0.00595 \tag{6}$$

Le perdite di carico monofase olio e gas risultano:

$$\Delta p_{oil} = 2 f_{oil} \frac{L}{D} \rho_{oil} v_{oil}^2 = 55679.5 \ Pa \tag{7}$$

$$\Delta p_{gas} = 2 f_{gas} \frac{L}{D} \rho_{gas} v_{gas}^2 = 32.17 \ Pa \tag{8}$$

da cui, assunto C=20 trattandosi di flusso turbolento sia in fase gas che in fase liquida, si ricava il parametro di Martinelli $X = \sqrt{\Delta p_{oil}/\Delta p_{gas}} = 41.60$. Utilizzando l'espressione analitica

$$\Phi_L(X)^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \tag{9}$$

con $C = 20$ risulta $\Phi_L^2 = 1.48$ da cui si calcola la perdita di carico per il flusso bifase:

$$\Delta P_{TPF} = \Phi_L(X)^2 \Delta p_{oil} = 82480.5 \ Pa \tag{10}$$

b.

1. Il regime di flusso atteso per la miscela dipende dalla velocità superficiale dei due fluidi:

$$U_{L,sup} = \frac{W_L}{\rho_L A} = 1.00 \ m/s \tag{11}$$

$$U_{G,sup} = \frac{W_G}{\rho_G A} = 10.00 \ m/s \tag{12}$$

e dalla mappa di Mandane il regime di flusso risulta essere quello intermittente (flusso a slug).

2. In regime intermittente, e in particolare nel flusso a slug, il sistema di trasporto sarebbe soggetto a notevoli soillecitazioni meccaniche e perdite di carico. Per evitare queste condizioni di flusso, si può decidere di realizzare il trasporto utilizzando una tubazione di diametro maggiore. Scegliamo un diametro tre volte maggiore ($D = 0.6 \ m$) in modo da riportarci verso condizioni di flusso stratificato (in basso a sinistra nella mappa). In queste condizioni, le velocità superficiali risultano $U_{L,sup} = 0.11 \ m/s$ e $U_{G,sup} = 1.11 \ m/s$, che identificano flusso stratificato sulla mappa.

3. Il numero di Reynolds risulta

$$Re_L = \frac{U_{L,sup}\rho_L D}{\mu_L} = 7.026 \cdot 10^4 \tag{13}$$

$$Re_G = \frac{U_{G,sup}\rho_G D}{\mu_G} = 6.224 \cdot 10^4 \tag{14}$$

ad indicare flusso turbolento per entrambe le fasi, ed il coefficiente di attrito f dato dalla legge di Blasius:

$$f_L = 0.079 \cdot Re_L^{-0.25} = 0.00485 \tag{15}$$

$$f_G = 0.079 \cdot Re_G^{-0.25} = 0.00500 \tag{16}$$

Le perdite di carico monofase liquido e gas risultano:

$$\Delta p_L = 2 f_L \frac{L}{D} \rho_L v_{Ll}^2 = 9.45 \ Pa \tag{17}$$

$$\Delta p_G = 2 f_G \frac{L}{D} \rho_G v_G^2 = 1.44 \ Pa \tag{18}$$

da cui si ricava il parametro di Martinelli $X = \sqrt{\Delta p_L/\Delta p_G} = 2.56$. Utilizzando l'espressione analitica

$$\Phi_L(X)^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \tag{19}$$

con $C = 20$ risulta $\Phi_L^2 = 8.96$ da cui si calcola la perdita di carico per il flusso bifase:

$$\Delta P_{TPF} = \Phi_L(X)^2 \Delta p_L = 84.75 \ Pa \tag{20}$$

4. La perdita di carico per il sollevamento della miscela ad una altezza di 2 m dipende dall'holdup di liquido. Dalla correlazione analitica per l'holdup si ha:

$$\lambda_L(X) = 0.186 + 0.0191 \cdot X \quad \text{essendo} \quad 1 < X < 5 \tag{21}$$

da cui

$$\Delta P_{TPF,Vert} = \lambda_L(X) g \rho_l H = 4378.54 \ Pa \tag{22}$$

La perdita di carico per il sollevamento è prevalente rispetto alle perdite di carico per il trasporto in orizzontale.

c.

Per calcolare le perdite di carico per realizzare il trasporto pneumatico richiesto, si utilizzano le formule disponibili dalla presentazione. Dai dati di partenza calcoliamo:

1. Mass loading e velocità di saltazione:

$$Z = W_s/W_g = 19.3 = 1/10^{\delta} \cdot Fr^x \quad (23)$$
$$\delta = 1.44D_p + 1.96 = 1.96 \text{ con } D_p = [m] \quad (24)$$
$$x = 1.1 * (10^3 \cdot D_p) + 2.5 = 2.82 \text{ con } D_p = [m] \quad (25)$$

da cui si ricava

$$Fr = (10 \cdot 10^{\delta})^{1/x} = 14.18 \quad (26)$$
$$U_{G,salt} = Fr \cdot (gD)^{0.5} = 6.77\ m/s \quad (27)$$

Per funzionare in modo adeguato, evitando la deposizione al fondo delle particelle, la velocità del gas deve essere $U_{G,sup} \geq 2U_{G,salt}$.

2. Calcolo delle velocità superficiali delle due fasi:

$$U_{G,sup} = \frac{W_g}{\rho A} = 59.8\ m/s \quad (28)$$
$$U_{S,sup} = \frac{W_s}{\rho_p A} = 0.997\ m/s \quad (29)$$

La condizione di velocità del gas superiore rispetto alla velocità di saltazione è soddisfatta.

3. Calcolo delle frazioni volumetriche:

$$Q_G = \frac{W_g}{\rho} = 2.485 \cdot 10^{-2} m^3/s \quad (30)$$
$$Q_S = \frac{W_s}{\rho_p} = 4.143 \cdot 10^{-4} m^3/s \quad (31)$$
$$\epsilon = \frac{Q_G}{Q_G + Q_S} = 0.984 \quad (32)$$
$$\epsilon_p = 1 - \epsilon = 0.164 \quad (33)$$

4. Calcolo delle velocità effettive:

$$U_{G,eff} = U_{G,sup}/\epsilon = 60.82\ m/s \quad (34)$$
$$U_{S,eff} = U_{S,sup}/\epsilon_p = 60.82\ m/s \quad (35)$$

5. Calcolo dei vari contributi (inerziale, attrito) alle perdite di carico per le due fasi:
perdite per l'accellerazione del fluido/delle particelle

$$\Delta P_{acc,gas} = 0.5 \cdot \rho \cdot \epsilon U_{G,eff}^2 = 2.196 \cdot 10^3 Pa \quad (36)$$
$$\Delta P_{acc,part} = 0.5 \cdot \rho_p \cdot \epsilon_p U_{S,eff}^2 = 4.245 \cdot 10^4 Pa \quad (37)$$

perdite per attrito a parete (fase gas)

$$\Delta P_{att,gas} = 2f\frac{L}{D}\rho U_{G,eff}^2 \quad (38)$$
$$(39)$$

con f dato dalla legge di Blasius:

$$Re_G = \frac{U_{G,eff}\rho D}{\mu} = 9.38 \cdot 10^4 \quad (40)$$
$$f = 0.079 \cdot Re^{-0.25} = 4.51 \cdot 10^{-3} \quad (41)$$
$$\Delta P_{att,gas} = 2.628 \cdot 10^3 Pa \quad (42)$$

perdite per attrito a parete (particelle)

$$\Delta P_{att,part} = f_s \cdot Z\frac{L}{2D}\rho U_{G,eff}^2 \quad (43)$$

dove il fattore di attrito per la fase solida è calcolato in funzione della velocità terminale delle particelle attraverso una correlazione empirica

$$f_S = 0.082 \cdot Z^{-0.3} Fr^{-0.86} Fr_s^{0.25} (D/D_p)^{0.1} \quad (44)$$

dove

$$U_{S,term} = g\frac{\rho_p D_p^2}{18\mu} = 3.565\ m/s \quad (45)$$
$$Fr_S = U_{S,term}/(gD)^{0.5} = 7.505 \quad (46)$$
$$Fr = U_{G,eff}/(gD)^{0.5} = 128.04 \quad (47)$$
$$f_S = 1.33 \cdot 10^{-3} \quad (48)$$

da cui risulta

$$\Delta P_{att,part} = 3.748 \cdot 10^3\ Pa \quad (49)$$

6. le perdite totali da vincere per realizzare il trasporto sono:

$$\Delta P_{TOT} = \Delta P_{acc,gas} + \Delta P_{acc,part} + \quad (50)$$
$$+\Delta P_{att,gas} + \Delta P_{att,part} = 5.1026 \cdot 10^4 Pa \quad (51)$$

Dal confronto dei vari termini si vede che il contributo principale alle perdite di carico per una lunghezza di tubo ridotta come quella considerata è dovuto all'accelerazione della fase solida.

d.

1. Per verificare se il trasporto avviene in fase diluida bisogna calcolate il rapporto tra le portate in massa. La portata in massa dell'aria è data da:

$$W_g = \dot{m}_{aria} = \rho_{cn} \cdot Q \quad (52)$$

dove Q è la portata in Nm^3/s e ρ_{cn} è ladensità dell'aria a pressione e temperatura normali ($p = 10^5\ Pa$, $T = 273\ K$). La densità in condizioni normali si calcola utilizzando la legge dei gas:

$$\rho_{cn} = \frac{pM}{RT} = 1.27\ kg/m^3 \quad (53)$$

da cui risulta $\dot{m}_{aria} = 37.976\ kg/s$. La portata di fibre è $W_s = \dot{m}_{sol} = 7.683\ kg/s$ per cui il mass loading ratio, $Z = \dot{m}_{sol}/\dot{m}_{aria}$ risulta pari a 0.202 (¡1, flusso diluito).

2. Per calcolare le perdite di carico per realizzare il trasporto pneumatico richiesto, si utilizzano le formule disponibili dalla presentazione. Dai dati di partenza calcoliamo:

   (a) Mass loading e velocità di saltazione:

$$Z = W_s/W_g = 0.202 = 1/10^{\delta} \cdot Fr^x \quad (54)$$
$$\delta = 1.44D_p + 1.96 = 1.96 \quad (55)$$
$$x = 1.1 * (10^3 \cdot D_p) + 2.5 = 4.70 \quad (56)$$

   da cui si ricava

$$Fr = (0.202 \cdot 10^{\delta})^{1/x} = 1.862 \quad (57)$$
$$U_{G,salt} = Fr \cdot (gD)^{0.5} = 6.683\ m/s \quad (58)$$

   Per funzionare in modo adeguato, evitando la deposizione al fondo delle particelle, la velocità del gas deve essere $U_{G,sup} \geq 2U_{G,salt}$.

   (b) Calcolo delle velocità superficiali delle due fasi:

$$U_{G,sup} = \frac{W_g}{\rho A} = 27.325\ m/s \quad (59)$$
$$U_{S,sup} = \frac{W_s}{\rho_p A} = 1.65 \cdot 10^{-2}\ m/s \quad (60)$$

   (c) Calcolo delle frazioni volumetriche:

$$Q_G = \frac{W_g}{\rho} = 36.269\ m^3/s \quad (61)$$
$$Q_S = \frac{W_s}{\rho_p} = 2.20 \cdot 10^{-2} m^3/s \quad (62)$$
$$\epsilon = \frac{Q_G}{Q_G + Q_S} = 0.999 \quad (63)$$
$$\epsilon_p = 1 - \epsilon = 6.05 \cdot 10^{-4} \quad (64)$$

   (d) Calcolo delle velocità effettive:

$$U_{G,eff} = U_{G,sup}/\epsilon = 27.34\ m/s \quad (65)$$
$$U_{S,eff} = U_{S,sup}/\epsilon_p = 27.34\ m/s \quad (66)$$

   (e) Calcolo dei vari contributi (inerziale, attrito) alle perdite di carico per le due fasi:
   perdite per l'accellerazione del fluido/delle particelle

$$\Delta P_{acc,gas} = 0.5 \cdot \rho \cdot \epsilon U_{G,eff}^2 = 3.91 \cdot 10^2 Pa \quad (67)$$
$$\Delta P_{acc,part} = 0.5 \cdot \rho_p \cdot \epsilon_p U_{S,eff}^2 = 7.91 \cdot 10^1 Pa \quad (68)$$

   perdite per attrito a parete (fase gas)

$$\Delta P_{att,gas} = 2f\frac{L}{D}\rho U_{G,eff}^2 \quad (69)$$
$$(70)$$

   con f dato dalla legge di Blasius:

$$Re_G = \frac{U_{G,eff}\rho D}{\mu} = 2.067 \cdot 10^6 \quad (71)$$
$$f = 0.079 \cdot Re^{-0.25} = 2.083 \cdot 10^{-3} \quad (72)$$
$$\Delta P_{att,gas} = 4.265 \cdot 10^2 Pa \quad (73)$$

   perdite per attrito a parete (particelle)

$$\Delta P_{att,part} = f_s \cdot Z\frac{L}{2D}\rho U_{G,eff}^2 \quad (74)$$

   dove il fattore di attrito per la fase solida è calcolato in funzione della velocità terminale delle particelle attraverso una correlazione empirica

$$f_S = 0.082 \cdot Z^{-0.3} Fr^{-0.86} Fr_s^{0.25} (D/D_p)^{0.1} \quad (75)$$

   dove

$$U_{S,term} = g\frac{\rho_p D_p^2}{18\mu} = 42.389\ m/s \quad (76)$$
$$Fr_S = U_{S,term}/(gD)^{0.5} = 11.87 \quad (77)$$
$$Fr = U_{G,eff}/(gD)^{0.5} = 7.656 \quad (78)$$
$$f_S = 8.159 \cdot 10^{-2} \quad (79)$$

   da cui risulta

$$\Delta P_{att,part} = 8.4486 \cdot 10^2\ Pa \quad (80)$$

   (f) le perdite totali da vincere per realizzare il trasporto sono:

$$\Delta P_{TOT} = \Delta P_{acc,gas} + \Delta P_{acc,part} + \quad (81)$$
$$+\Delta P_{att,gas} + \Delta P_{att,part} = 1.7416 \cdot 10^3 Pa \quad (82)$$

   (g) Nel caso di curve presenti a fondo linea, le perdite di carico aggiuntive risultano proporzionali a quelle che si avrebbero per il solo flusso d'aria in un tubo orizzontale la cui lunghezza equivalente dipende dalla portata di solido convogliata. Dal grafico proposto negli appunti la lunghezza equivalente corrispondente ad ogni curva a 90^o ad ampio raggio ($R = 5\ D$) risulta pari a $L_{eq} = 16\ m$ per la portata di solido trattata ($\simeq 7.7\ kg/s$). Le perdite aggiuntive sono quindi date da:

$$\Delta P_{bend} = 2f\frac{L_{eq}}{D}\rho U_{G,eff}^2 \cdot n_{bend} = 160.56\ Pa \quad (83)$$

   dove $L_{eq} = 17\ m$ e $n_{bend} = 4$.

   In questo caso la perdita di carico totale diventa

$$\Delta P_{TOT} = \Delta P_{acc,gas} + \Delta P_{acc,part} + \quad (84)$$
$$+\Delta P_{att,gas} + \Delta P_{att,part} + \Delta P_{bend} = 1.902 \cdot 10^3 Pa \quad (85)$$

   Dal confronto dei vari termini si vede che il contributo principale alle perdite di carico per una lunghezza di tubo ridotta come quella considerata è dovuto all'attrito tra la fase solida e la parete.